

Готуємося до ЗНО. Стереометрія. Прямі та площини у просторі

Мета статті – допомогти вчителю повторити з учнями матеріал зі стереометрії, підготувати їх до ЗНО.

Тестові завдання зі стереометрії підібрано згідно чинної програми з математики для загальноосвітньої школи. Робота з тестовими завданнями вимагає від учнів математичних знань, дає можливість для самостійної роботи, сприяє покращенню їх підготовки до ЗНО з математики.

ПРЯМІ ТА ПЛОЩИНИ У ПРОСТОРИ

Тестові завдання першого рівня складності

- Через точки А, В та середину відрізка АВ точку М проведено паралельні прямі до перетину з даною площиною в точках С, D, N відповідно. Обчисліть довжину відрізка MN, якщо $AC=8$ см, $BD=12$ см. (Відрізок не перетинає площину).
1) 20 см; 2) 10 см; 3) 2 см; 4) 6 см; 5) інша відповідь.
- Через кінець К відрізка KM проведено площину. Точка Р належить відрізку KM. Через точки М і Р проведено паралельні прямі до перетину з площиною у точках M_1 , P_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка MM_1 , якщо $KM:KP=5:3$, а $PP_1=12$ м.
1) 7,2 м; 2) 32 м; 3) 20 м; 4) 18 м; 5) інша відповідь.
- Паралелограм ABCD розташований над площиною. Через його вершини проведено паралельні прямі до перетину з площиною відповідно у точках A_1 , B_1 , C_1 , D_1 . Знайдіть DD_1 , якщо $AA_1=3$ см, $BB_1=4$ см, $CC_1=7$ см.
1) 5 см; 2) 6 см; 3) 8 см; 4) 10 см; 5) інша відповідь.
- З точок А і В площини проведено поза нею паралельні між собою відрізки $AC=8$ см і $BD=6$ см. Пряма, проведена через CD перетинає дану площину в точці Е. Відрізок $AB=4$ см. Знайдіть відстань BE.
1) 3 см; 2) 8 см; 3) 10 см; 4) 12 см; 5) інша відповідь.
- З точки М, що міститься на відстані 8 см від площини, проведена до площини похила довжиною 10 см. Знайдіть проекцію похилої на площину.
1) 6 см; 2) $9\sqrt{2}$ см; 3) 5 см; 4) 3 см; 5) інша відповідь.
- З точки до площини проведено перпендикуляр довжиною а та похила, кут між ними дорівнює 45° . Знайдіть довжину похилої.
1) a ; 2) $a\sqrt{2}$; 3) $a\sqrt{3}$; 4) $2a$; 5) інша відповідь.
- З точки М до площини проведено перпендикуляр МО довжиною 4 см та похилі МА, МВ під кутами 30° , 60° до МО. Знайдіть довжини похилих.
1) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ см, 4 см; 2) $8\sqrt{3}$ см, $4\sqrt{3}$ см; 3) 8 см, 4 см; 4) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ см, 8 см; 5) інша відповідь.

відповідь.

Тестові завдання другого рівня складності

- З точки А, що лежить поза площиною, проведено до цієї площини відрізок АВ. Точка С ділить відрізок АВ у відношенні 3:4, починаючи від А. Проведено відрізок CD, паралельно до даної площини, $CD=12$ см. Через точки А і D проведено пряму до перетину з площиною в точці Е. Знайдіть відстань між точками В і Е.
1) 28 см; 2) 16 см; 3) 9 см; 4) 5 см; 5) інша відповідь.

9. Відрізок BC паралельний до даної площини, точка D належить BC. З точки A через точки B, D, C проведено прямі до перетину з даною площиною відповідно у точках E, F, G. Знайдіть відстань EG, якщо $BC=5$ см, $AD=10$ см, $DF=4$ см.
1) 2 см; 2) 4,5 см; 3) 7 см; 4) 12,5 см; 5) інша відповідь.
10. Паралельні площини перетинають сторони кута ABC відповідно у точках A_1, C_1 та A_2, C_2 . Обчисліть BC_1 , якщо $A_1B : A_2B = 1 : 4$, $BC_2 = 20$ см.
1) 4 см; 2) 5 см; 3) 12 см; 4) 16 см; 5) інша відповідь.
11. З деякої точки до площини проведено дві похилі довжиною 20 м і 15 м, проекція більшої з них дорівнює 16 см. Знайдіть проекцію іншої.
1) 9 м; 2) 10 м; 3) 12 м; 4) 8 м; 5) інша відповідь.
12. З центра круга проведено перпендикуляр до площини круга. Знайдіть відстань від кінця цього перпендикуляра до точок кола, якщо довжина перпендикуляра дорівнює b , а площа круга – Q .
1) $\sqrt{b^2 + \frac{Q}{2\pi}}$; 2) $\sqrt{b^2 + \frac{Q}{\pi}}$; 3) $\sqrt{b^2 + \frac{Q^2}{\pi^2}}$; 4) $\sqrt{b^2 - \frac{Q}{\pi}}$; 5) інша відповідь.
13. Сторона рівностороннього трикутника дорівнює 6 м. Точка простору віддалена від кожної його вершини на 4 м. Знайдіть відстань від цієї точки до площини трикутника.
1) $2\sqrt{5}$ м; 2) $\sqrt{7}$ м; 3) 5 м; 4) 2 м; 5) інша відповідь.
14. Кінці даного відрізка довжиною 15 см віддалені від площини на 8 см і 20 см. Знайдіть довжину його проекції.
1) $5\sqrt{7}$ см; 2) 12 см; 3) 9 см; 4) 10 см; 5) інша відповідь.
15. У прямокутному трикутнику один з катетів дорівнює a . З вершини протилежного до цього катета гострого кута проведено перпендикуляр до площини трикутника. Відстань від кінця перпендикуляра до вершини іншого гострого кута трикутника дорівнює b . Знайдіть відстань від кінця перпендикуляра до катета a .
1) $\sqrt{a^2 + b^2}$; 2) $\sqrt{a^2 - b^2}$; 3) $\sqrt{b^2 - a^2}$; 4) $\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$; 5) інша відповідь.

Тестові завдання третього рівня складності

16. З точки A проведено до даної площини перпендикуляр АО довжиною 1 дм та дві рівні похилі АВ, АС під кутом 30° до площини. Знайдіть відстань між основами похилих, якщо кут між похилими прямий.
1) $2\sqrt{2}$ дм; 2) 2 дм; 3) $2\sqrt{\frac{2}{3}}$ дм; 4) $2\sqrt{3}$ дм; 5) інша відповідь.
17. З даної точки до площини проведено дві рівні похилі, кут між якими 60° , а кут між їх проекціями – 90° . Знайдіть кут між кожною проекцією і площиною.
1) 30° ; 2) 45° ; 3) 60° ; 4) 70° ; 5) інша відповідь.
18. Катет АС прямокутного трикутника дорівнює a , кут В дорівнює φ . Через вершину прямого кута проведено до площини трикутника перпендикуляр МС довжиною a . Знайдіть відстань від кінця перпендикуляра М до гіпотенузи.
1) $a \cdot \cos \varphi$; 2) $a\sqrt{\cos^2 \varphi - 1}$; 3) $a\sqrt{1 + \sin^2 \varphi}$; 4) $a\sqrt{1 + \cos^2 \varphi}$; 5) інша відповідь.

МНОГОГРАННИКИ І ТІЛА ОБЕРТАННЯ

Тестові завдання першого рівня складності

19. Площа поверхні куба дорівнює 120 дм^2 . Знайдіть площу діагонального перерізу куба.
1) $20\sqrt{3} \text{ дм}^2$; 2) $20\sqrt{2} \text{ дм}^2$; 3) $30\sqrt{2} \text{ дм}^2$; 4) **60 дм^2** ; 5) інша відповідь.
20. Знайдіть площу бічної поверхні правильної трикутної призми, якщо відомо, що площа перерізу, який проходить через середні лінії основ дорівнює 25 см^2 .
1) **50 см^2** ; 2) **75 см^2** ; 3) **150 см^2** ; 4) **225 см^2** ; 5) інша відповідь.
21. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник з катетами 3 см і 4 см , найбільша її грань – квадрат. Знайдіть об'єм призми.
1) **30 см^3** ; 2) **60 см^3** ; 3) **150 см^3** ; 4) **48 см^3** ; 5) інша відповідь.
22. Знайдіть об'єм правильної чотирикутної призми, площа основи якої дорівнює 49 см^2 , а площа бічної грані – 56 см^2 .
1) **343 см^3** ; 2) **448 см^3** ; 3) **392 см^3** ; 4) $\frac{49}{3} \text{ см}^3$; 5) інша відповідь.
23. Знайдіть площу бічної поверхні похилого паралелепіпеда з бічним ребром 32 см і суміжними сторонами перпендикулярного перерізу 6 см і 4 см .
1) **320 см^2** ; 2) **768 см^2** ; 3) **640 см^2** ; 4) **384 см^2** ; 5) інша відповідь.
24. Чому дорівнює площа поверхні правильного тетраедра, ребро якого дорівнює a ?
1) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$; 3) $a^2\sqrt{3}$; 4) $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$; 5) інша відповідь.
25. В основі піраміди лежить ромб. Бічні грані піраміди утворюють з основою рівні кути. Площа однієї з бічних граней дорівнює Q . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
1) $4Q$; 2) $3Q$; 3) $2Q$; 4) $\frac{3Q}{2}$; 5) інша відповідь.
26. Об'єм деякої піраміди дорівнює 210 см^3 . Визначте об'єм іншої піраміди, якщо площа її основи вдвічі більша за площу основи даної піраміди, а висота втричі менша.
1) **420 см^3** ; 2) **315 см^3** ; 3) **280 см^3** ; 4) **140 см^3** ; 5) інша відповідь.
27. Піраміда, об'єм якої 200 см^3 , перетинається площиною, яка проходить через середину висоти піраміди, паралельно до основи. Визначте об'єм зрізаної піраміди.
1) **175 см^3** ; 2) **150 см^3** ; 3) **100 см^3** ; 4) **25 см^3** ; 5) інша відповідь.
28. Діаметр основи циліндра 12 см , висота циліндра 5 см . Знайдіть площу його бічної поверхні.
1) **$120\pi \text{ см}^2$** ; 2) **$110\pi \text{ см}^2$** ; 3) **$60\pi \text{ см}^2$** ; 4) **$30\pi \text{ см}^2$** ; 5) інша відповідь.
29. Радіус основи циліндра дорівнює 2 см , а діагональ осьового перерізу 5 см . Знайдіть площу поверхні циліндра.
1) **$12\pi \text{ см}^2$** ; 2) **$14\pi \text{ см}^2$** ; 3) **$16\pi \text{ см}^2$** ; 4) **$20\pi \text{ см}^2$** ; 5) інша відповідь.
30. Бічна поверхня конуса дорівнює $132\pi \text{ см}^2$, твірна 11 см . Знайдіть площу основи конуса.
1) **$24\pi \text{ см}^2$** ; 2) **$26\pi \text{ см}^2$** ; 3) **$121\pi \text{ см}^2$** ; 4) **$144\pi \text{ см}^2$** ; 5) інша відповідь.
31. Півкруг радіуса 5 см згорнутий у бічну поверхню конуса. Визначте кут при вершині осьового перерізу.
1) **30°** ; 2) **45°** ; 3) **60°** ; 4) **90°** ; 5) інша відповідь.
32. Діаметр основи конуса дорівнює 12 см , а кут при вершині осьового перерізу 90° . Обчисліть об'єм конуса.
1) **$72\pi \text{ см}^3$** ; 2) **$108\pi \text{ см}^3$** ; 3) **$144\pi \text{ см}^3$** ; 4) **$216\pi \text{ см}^3$** ; 5) інша відповідь.

33. В кулі проведено два паралельних перерізи на відстані 1 см і 2 см від центра. Знайдіть відстань між перерізами.
1) 3 см; 2) 6 см або 2 см; 3) 3 см або 1 см 4) 1 см; 5) інша відповідь.
34. Куля радіусом 5 см перетнута площиною, віддаленою від центра на 3 см. Знайдіть площу утвореного перерізу.
1) $8\pi \text{ см}^2$; 2) $9\pi \text{ см}^2$; 3) $16\pi \text{ см}^2$; 4) $25\pi \text{ см}^2$; 5) інша відповідь.
35. Площі поверхонь двох куль відносяться як 4:9. Об'єм другої кулі дорівнює 54 см^3 . Визначте об'єм першої кулі.
1) 16 см^3 ; 2) 24 см^3 ; 3) 27 см^3 ; 4) 81 см^3 ; 5) інша відповідь.
36. Скільки потрібно взяти куль радіусом 2 см, щоб сума їх об'ємів дорівнювала об'єму кулі радіусом 6 см.
1) 36; 2) 27; 3) 18; 4) 9; 5) інша відповідь.
37. В циліндр вписано кулю. У скільки разів об'єм циліндра більший за об'єм кулі?
1) $\frac{3}{2}$; 2) 2; 3) $\frac{8}{3}$; 4) 4; 5) інша відповідь.
38. У скільки разів об'єм кулі більший за об'єм конуса, якщо висота і радіус основи конуса дорівнюють радіусу кулі?
1) $\frac{4}{3}$; 2) 4 3) $2\sqrt{2}$; 4) 2; 5) інша відповідь.

Тестові завдання другого рівня складності

39. Площа діагонального перерізу правильної чотирикутної призми дорівнює $10\sqrt{2} \text{ см}^2$, а її висота 2 см. Визначте площу поверхні призми.
1) 90 см^2 ; 2) 65 см^2 ; 3) 40 см^2 ; 4) $40\sqrt{2} \text{ см}^2$; 5) інша відповідь.
40. У правильній n -кутній призмі проведено площину під кутом 60° до основи так, що вона перетинає всі бічні грані призми. Площа основи дорівнює 50 см^2 . Знайдіть площу перерізу.
1) 25 см^2 ; 2) $\frac{100\sqrt{3}}{3} \text{ см}^2$; 3) 50 см^2 ; 4) 100 см^2 ; 5) інша відповідь.
41. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює $10\sqrt{2} \text{ см}$ і утворює із площиною основи кут 45° . Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо одна сторона основи більше другої на 2 см.
1) 240 см^3 ; 2) $480\sqrt{2} \text{ см}^3$; 3) 480 см^3 ; 4) 800 см^3 ; 5) інша відповідь.
42. Основою прямого паралелепіпеда є ромб із діагоналями 6 см та 8 см. Діагональ бічної грані дорівнює 13 см. Визначте площу поверхні паралелепіпеда.
1) 240 см^2 ; 2) 264 см^2 ; 3) 288 см^2 ; 4) 328 см^2 ; 5) інша відповідь.
43. Визначте площу поверхні призми, бічні грані якої – квадрати, а основа – правильний трикутник, який вписаний в коло радіуса R .
1) $\frac{\sqrt{3} \cdot R^2}{2} + 3R^2$; 2) $\frac{3\sqrt{3} \cdot R^2}{2} + 9R^2$; 3) $\frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$; 4) $1,5R^2 + 3R^2$; 5) інша відповідь.
44. Основою піраміди є ромб із стороною 14 см і гострим кутом 60° . Двогранні кути при основі піраміди містять по 45° . Обчисліть об'єм піраміди.
1) 343 см^3 ; 2) $98\sqrt{3} \text{ см}^3$; 3) $196\sqrt{3} \text{ см}^3$; 4) 243 см^3 ; 5) інша відповідь.
45. Основою піраміди є трикутник із сторонами 6 см, 10 см, 14 см. Кожне із бічних ребер піраміди нахилене до основи під кутом 45° . Обчисліть об'єм піраміди.
1) 70 см^3 ; 2) 210 см^3 ; 3) 45 см^3 ; 4) 60 см^3 ; 5) інша відповідь.

46. В основі піраміди лежить квадрат із стороною 12см, а дві бічні її грані перпендикулярні до площини основи. Визначте площу поверхні піраміди, якщо її висота дорівнює 5см.

1) 216 см^2 ; 2) 300 см^2 ; 3) 360 см^2 ; 4) 432 см^2 ; 5) інша відповідь.

47. В основі трикутної піраміди лежить прямокутний трикутник, один із катетів якого дорівнює 3см, а прилеглий до нього гострий кут - 30° . Всі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом 60° . Визначте об'єм піраміди.

1) $4,5\sqrt{3} \text{ см}^3$; 2) $1,5\sqrt{3} \text{ см}^3$; 3) $0,5\sqrt{3} \text{ см}^3$; 4) 3 см^3 ; 5) інша відповідь.

48. Бічні грані піраміди, в основі якої лежить ромб, нахилені до площини основи під кутом 30° . Діагоналі ромба дорівнюють 10см та 24см. Визначте об'єм піраміди.

1) $\frac{800\sqrt{3}}{13} \text{ см}^3$; 2) $\frac{600\sqrt{3}}{7} \text{ см}^3$; 3) $\frac{900\sqrt{3}}{13} \text{ см}^3$; 4) $67\sqrt{3} \text{ см}^3$; 5) інша відповідь.

49. Кут між твірною конуса і площиною основи дорівнює 30° . Бічна поверхня конуса дорівнює $6\pi\sqrt{3} \text{ см}^2$. Визначте об'єм конуса.

1) $27\pi \text{ см}^3$; 2) $9\pi \text{ см}^3$; 3) $9\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$; 4) $3\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$; 5) інша відповідь.

Тестові завдання третього рівня складності

50. Висота правильної шестикутної призми дорівнює a . Діагоналі двох суміжних бічних граней, які проведені із однієї вершини, взаємно перпендикулярні. Визначте площу бічної поверхні призми.

1) $6\sqrt{2}a^2$; 2) $6a^2$; 3) $6\sqrt{3}a^2$; 4) $6\sqrt{6}a^2$; 5) інша відповідь.

51. Основою прямого паралелепіпеда є ромб. Площина, проведена через одну із сторін нижньої основи і протилежну сторону верхньої основи утворює з площиною основи кут 45° . Проведений переріз має площу, що дорівнює Q . Визначте площу бічної поверхні паралелепіпеда.

1) $2\sqrt{2}Q$; 2) $4Q$; 3) $4\sqrt{2}Q$; 4) $2Q$; 5) інша відповідь.

52. У правильній трикутній піраміді кут між бічними ребрами і висотою, яка проведена на основу, дорівнює α . Знайдіть відношення об'єму піраміди до об'єму описаної навколо неї кулі.

1) $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \sin^2 \alpha \cos^4 \alpha$; 2) $\frac{1}{27\pi} \sin^2 \alpha \cos^4 \alpha$; 3) $\frac{2}{3\pi} \cos^2 \alpha \sin \alpha$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{2\pi} \sin^4 \alpha \cos^2 \alpha$; 5) інша

відповідь.